

# 改进希尔伯特-黄变换分析波磨 对列车时频特征的影响

邓小军<sup>1,2</sup>, 曹源<sup>3</sup>, 张玉琢<sup>3</sup>, 李强<sup>1</sup>

(1. 北京交通大学机械与电子控制工程学院, 北京 100044; 2. 南车青岛四方机车车辆股份有限公司, 山东青岛 266111;  
3. 北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 本文旨在研究钢轨波浪形磨损对列车时频特征的影响. 建立了车辆/轨道空间耦合模型, 模拟计算了钢轨短波、长波波磨激励下车辆系统的动力响应. 将集成经验模态分解(Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD)和正交希尔伯特变换(Normalized Hilbert Transform, NHT)应用于车辆/轨道耦合系统的振动信号分析中, 分析了不同波深和波长的波磨对转向架动力响应时频特征的影响. 结果表明: 波磨会引起车辆系统振动响应的频率调制, 频率振幅与平均频率之比可作为轮轨冲击的预警指标.

**关键词:** 波浪形磨损; 车辆轨道耦合动力学; 黄变换; 时频特征

**中图分类号:** TN911. 7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2016)10-2294-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.10.002

## Influence of Corrugation on Time-Frequency Characteristics of a Train Based on Improved Hilbert-Huang Transform

DENG Xiao-jun<sup>1,2</sup>, CAO Yuan<sup>3</sup>, ZHANG Yu-zhuo<sup>3</sup>, LI Qiang<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044 China;

2. CSR Qingdao Sifang Co. Ltd, Qingdao Shandong, 266111, China;

3. School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** The aim of this paper is to investigate the influence of rail corrugation on time-frequency characteristics of a train. A spatial coupling model of the vehicle-track system is presented, and dynamic response of the vehicle system under the track short wave and long wave corrugation stimulation is obtained. The Ensemble Empirical Mode Decomposition and Normalized Hilbert Transform are introduced to the vibration signal analysis of vehicle-track coupling system. Then the influence of different wavelength and wave depth of corrugation on time-frequency distribution of bogie response are analyzed. The simulation result indicate that corrugation can induce the frequency modulation of bogie response, the ratio of frequency amplitude to mean frequency can be used as an indicator of rail-wheel impact.

**Key words:** rail corrugation; vehicle-track coupling dynamics; Huang transform; time-frequency characteristics

### 1 引言

通常把钢轨沿着纵向面出现规律性的类似波浪形状的不平顺现象称为波浪磨损, 简称波磨. 波磨按照波长可分为短波波磨和长波波磨<sup>[1-3]</sup>. 短波波磨可称为波纹磨损或者响轨, 其波长为 30 ~ 80mm, 波深 0.1 ~ 0.5mm, 它通常发生在高速轻轴重直线线路上, 其波深发展到一定阶段后稳定. 这类波磨波峰发亮, 波谷黑暗, 排

列规律. 长波长波磨的波长在 100mm ~ 1500mm, 波深一般小于 2mm, 通常发生在重载运输线路上, 波谷有明显的塑形变形, 波峰和波谷有均匀的光泽.

Grassie 等人按照波长确定机理和损伤机理将波磨分为六大类<sup>[4,5]</sup>: 重载波磨、轻载波磨、轨枕振动波磨、接触疲劳波磨、车轮压痕波磨、波纹磨损. 其中重载波磨、轻载波磨和接触疲劳波磨形成机理为 P2 力共振; 轨枕振动波磨形成机理为轨枕共振和轮对弯曲共振; 车

轮压痕波磨形成机理为轮对扭转共振和垂向冲击力;而波纹磨损的形成机理至今未知.波磨多在几十米内连绵不断,它导致轮轨粘着不良,增加列车运行阻力和动力损耗,使钢轨承受过大的动载荷,造成钢轨扣件松动,轨枕下沉,碾碎道砟,道床板结.同时由于振动加剧,机车车辆零件换修率增高,线路还常常由于波磨造成运输中断,造成不必要的经济损失.



图1 钢轨波浪形磨损

车辆振动响应时频分布不仅能在一定程度反映悬挂刚度变化或者钢轨、车轮缺陷,而且是确定控制反馈力的主要依据,因此对车辆系统进行时频分析十分必要.文献[6]建立车辆—轨道垂横耦合模型,利用时域数值积分法进行了耦合系统的随机响应分析,最终得到了车辆—轨道耦合系统随机振动的基本规律.文献[7]进行实验室模拟研究,通过振动功率谱的分析,分析了波磨的形成原因.但迄今为止对波磨引起列车时频分布的研究较少.由于轮轨接触几何关系的非线性、轮轨接触蠕滑力的非线性、悬挂刚度和阻尼的非线性等因素<sup>[8,9]</sup>存在,车辆轨道耦合系统的振动是非线性、非平稳随机过程.以上分析方法主要是以傅立叶变换为基础的谱分析,但傅立叶变换是在整个时间轴积分平均,因此无法反映非平稳信号的时变特性.集成经验模态分解(EEMD)的HHT<sup>[10,11]</sup>是分析非线性、非平稳信号的方法,吸取了小波变换多分辨率优势,同时克服了基函数选取的困难,且不受 Heisenberg 测不准原理制约,可以在时间和频率同时达到很高的精度<sup>[12]</sup>.本文首先基于车辆轨道耦合动力学模型计算了钢轨波磨激励下车辆系统的动力响应,然后运用改进的黄变换分析了钢轨波磨对列车时频特征的影响.

## 2 车辆轨道耦合动力学模型

以有砟轨道为例,建立客车-轨道空间耦合动力学模型.该模型包括车辆模型、轮轨耦合模型、轨道模型(如图2所示).车辆模型包括轮对、转向架、车体、一系悬挂、二系悬挂、减振器、抗蛇形减振器、横向止挡等.图2中, $M_c$ 、 $M_t$ 、 $M_w$ 分别是车体、构架和轮对的质量; $M_s$ 、 $M_b$ 分别是轨枕和道床块质量; $K_{sx}$ 、 $K_{sy}$ 、 $K_{sz}$ 分别是转向架一侧二系悬挂纵向、横向和垂向刚度; $C_{sx}$ 、 $C_{sy}$ 、 $C_{sz}$ 分别是转向架一侧二系悬挂纵向、横向和垂向阻尼; $K_{px}$ 、 $K_{py}$ 、 $K_{pz}$ 分别是每轴箱一系悬挂纵向、横向和垂向刚度; $C_{px}$ 、 $C_{py}$ 、 $C_{pz}$ 分别是每轴箱一系悬挂纵向、横向和垂向阻

尼; $K_{pw}$ 、 $K_{ph}$ 分别是轨下胶垫和扣件提供的垂向、横向刚度; $C_{pw}$ 、 $C_{ph}$ 分别是轨下胶垫和扣件提供的垂向、横向阻尼; $K_{bw}$ 、 $K_{bh}$ 、 $K_{bw}$ 分别是道床垂向、横向和剪切刚度; $C_{bw}$ 、 $C_{bh}$ 、 $C_{bw}$ 分别是道床垂向、横向和剪切阻尼; $K_{iv}$ 是路基垂向刚度; $C_{iv}$ 是路基垂向阻尼; $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 分别代表纵向、横向、垂向位移变量.假设车体、构架和轮对均为刚体,每个刚体具有五个自由度,整车共35个自由度,整个车辆系统振动响应微分方程详见文献[13].

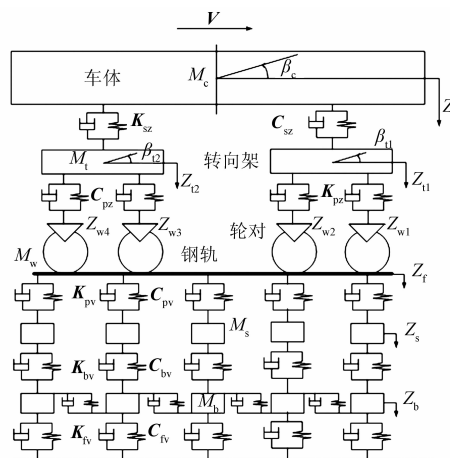


图2 车辆轨道耦合系统

世界各国铁路上普遍存在的波磨是典型的连续谐波波扰,可用余弦函数来描述,即

$$z_0(t) = 0.5a(1 - \cos\omega t) \quad (0 \leq t \leq nL/v) \quad (1)$$

式中, $n$ 是激励波数, $\omega = 2\pi\nu/L$ ;  $L$ 为不平顺波长; $a$ 为不平顺波深.

轮轨之间采用赫兹非线性接触理论和沈志云-Hedrick-Elkins 理论实现车辆系统与轨道系统的耦合.对于这种大型复杂非线性动力学微分方程组,目前只能采用直接数值积分法,本文采用翟婉明提出的新型快速显式积分<sup>[13]</sup>求解.

## 3 基于 EEMD 的希尔伯特-黄变换

希尔伯特-黄变换包括经验模态分解和希尔伯特变换.经验模式分解(EMD)<sup>[14]</sup>将信号  $s(t)$  自适应地分解为多个本征函数(Intrinsic Mode Function, IMF)  $\text{IMF}(c_i)$  及一个余项  $r(t)$ ,从而反映信号的内部特点.即:

$$s(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r(t) \quad (2)$$

但 EMD 方法一个主要的缺点是存在模态混叠现象.为了有效地将不同尺度的信号分量,本文采用一种新的噪声辅助数据分析方法:EEMD.它将 IMF 分量定义为多次试验产生的 IMF 的均值,而每次试验的 IMF 都是由信号和有限幅值的白噪声组成.该方法受启发于对白噪声统计属性的研究结果,即对白噪声的分析表明 EMD 是有效的二分滤波器组. EEMD 的原理很简

单:添加噪声能构造不同尺度的分量,从而使整个时频空间均匀分布.当信号添加到此均匀分布的白背景,信号不同尺度成分自动映射到相应尺度的白噪声背景.由于每次试验添加白噪声是不同的,那么足够次数试验后相加,它们将会相互抵消.

EEMD 算法的基本步骤如下<sup>[15]</sup>:

**步骤 1** 对目标数据  $s(t)$  添加有限幅值  $\alpha$  的随机白噪声  $n_k(t)$

$$s_k(t) = s(t) + \alpha n_k(t) \quad (3)$$

**步骤 2** 分解添加白噪声的数据  $s_k(t)$ .

**步骤 3** 重复  $k$  次步骤 1 和步骤 2,每次均添加幅值  $\alpha$  的随机白噪声  $n_k(t)$ .

**步骤 4** 将  $k$  次分解后 IMF 的总体平均值  $c_j(t)$  作为最终的结果,即

$$c_j(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \{c_{j,k}(t) + \alpha n_k(t)\} \quad (4)$$

式中,  $c_{j,k}(t)$  表示第  $j$  个 IMF,  $M$  是总体平均的次数,一般取 100 以上.

在足够次数的重复后, EEMD 分解的效果是添加的噪声相互抵消,得到的 IMF 均值仍然在自然二元滤波窗内,有效地降低了模态混叠的机会.该方法的关键创新在于:(1)多次平均后白噪声能相互抵消,因此只有真正的信号存在与最终的信号均值中;(2)有限的,而非无限小幅值白噪声使不同尺度的信号最终存在于响应的 IMF 中,最终的总体均值更有意义;(3)真正物理意义的 EMD 结果不是不含噪声的结果,而是大量试验后的总体均值.

对 IMF 进行正交希尔伯特变换可得到信号时频幅值谱,记为:

$$H(\omega, t) = \begin{cases} \text{Re} \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) e^{j\omega_i(t)t}, & \omega_i(t) = \omega \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

其中,频率  $\omega_i(t)$  与幅值  $\alpha_i(t)$  是时间的变量,构成了时间、幅值、频率三维时频幅值谱图  $H(\omega, t)$ .

对式(5)进行积分得信号边缘幅值谱:

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (6)$$

其中,  $T$  为序列时间长度.边缘谱表征数据在每个频率点累积幅值分布,基函数是自适应的 IMF 函数组.

#### 4 计算结果与比较

车辆模型采用某国产和谐号动车组;有砟轨道详细参数见文献[14].假设列车在无激励的轨道上运行一定距离,然后通过 10 米长的波磨钢轨.将谐波激励函数引入前述车辆轨道耦合模型进行求解,即可得到系统的动力学响应.运用前述的黄变换对响应进行分析

可得到耦合系统的瞬态时频特征.

首先分析短波波磨激励下车辆系统的瞬态时频特征.短波波磨可称为波纹磨损或响轨,其波长为 30 ~ 80mm,波深 0.1 ~ 0.5mm.图 3 给出了运行速度 80 km/h,波磨波深 0.1mm,波长分别为 30mm、50mm、80mm 情况下,轮轨垂向力和转向架垂向加速度.波长 30mm 情况下,轮轨脱离接触,造成高频冲击轮轨力;波长 50mm 和 80mm 情况下,轮轨冲击现象消失,呈谐波变化,但波长 50mm 情况下,转向架加速度最大.图 4 给出了对应的时频幅值谱,波长 30mm 波磨激励下,转向架垂向加速度平均频率 741Hz,频率振幅 189Hz,频率振幅与平均频率之比为 0.255;波长 50mm 波磨激励下,转向架垂向加速度平均频率 444Hz,频率振幅 56Hz,频率振幅/平均频率为 0.126;波长 80mm 波磨激励下,频率

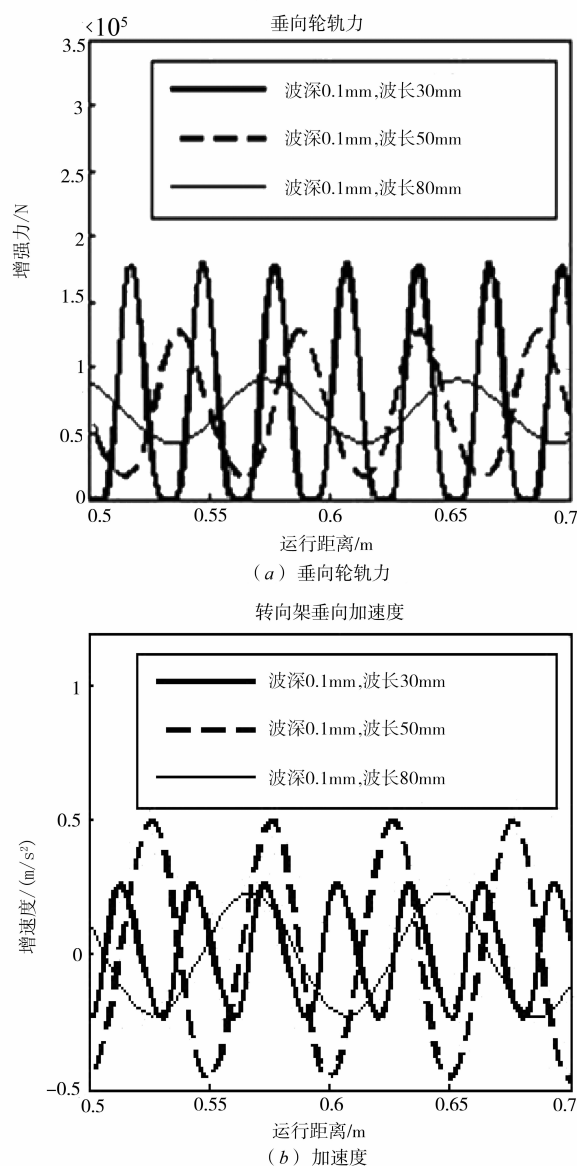


图3 耦合系统动力学响应

278Hz, 平均频率振幅 8Hz, 频率振幅/平均频率为 0.028. 可见, 轮轨冲击下, 频率振幅非常大(平均振幅 189Hz), 它随波长增加而迅速减小.

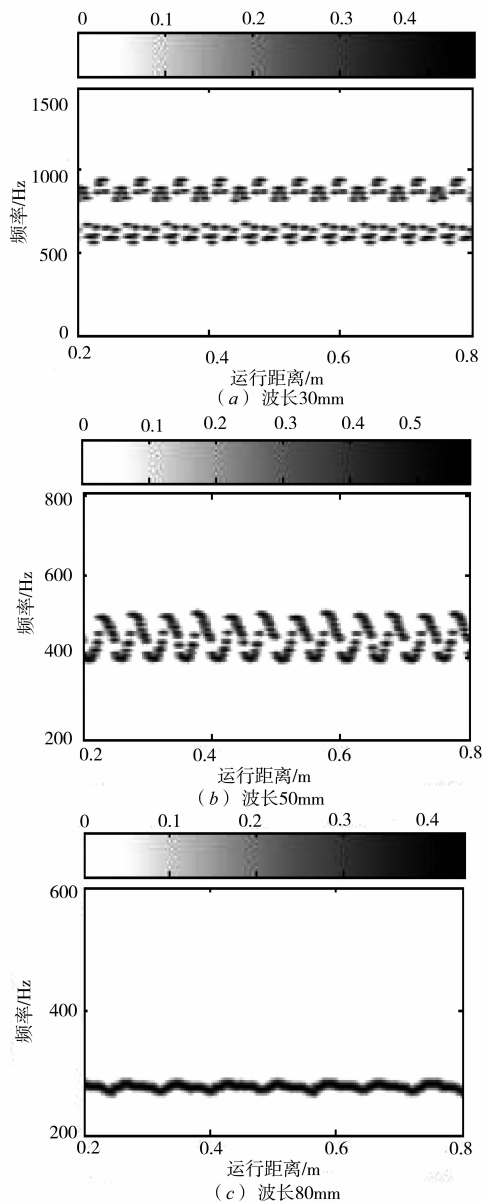


图4 转向架垂向振动时频幅值谱  
(速度80km/h, 波深0.1mm)

图5给出了波磨波深0.1mm, 波长80mm, 运行速度分别为120km/h、160km/h情况下, 转向架垂向加速度时频幅值谱. 当速度为120km/h, 振动响应的平均频率为417Hz, 频率振幅22Hz, 频率振幅/平均频率为0.053; 当速度增加到160km/h, 波深0.1mm, 波长80mm, 平均频率556Hz, 频率振幅31Hz, 平均振幅/频率为0.056. 需要指出的是速度120km/h时, 虽然没有出现冲击(轮轨最小力接近零), 频率振幅与平均频率之比却是80km/h下的两倍( $0.053/0.028 \approx 2$ ). 可见, 频

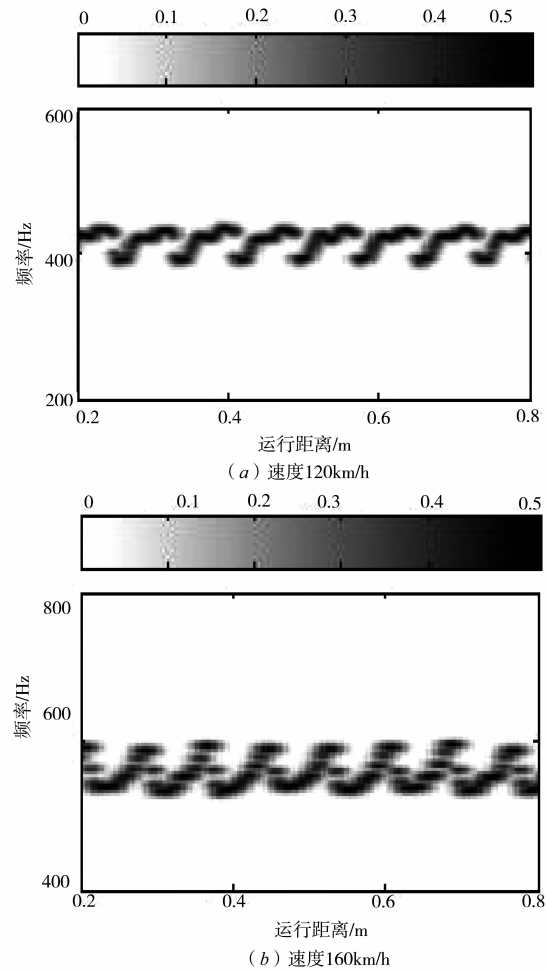
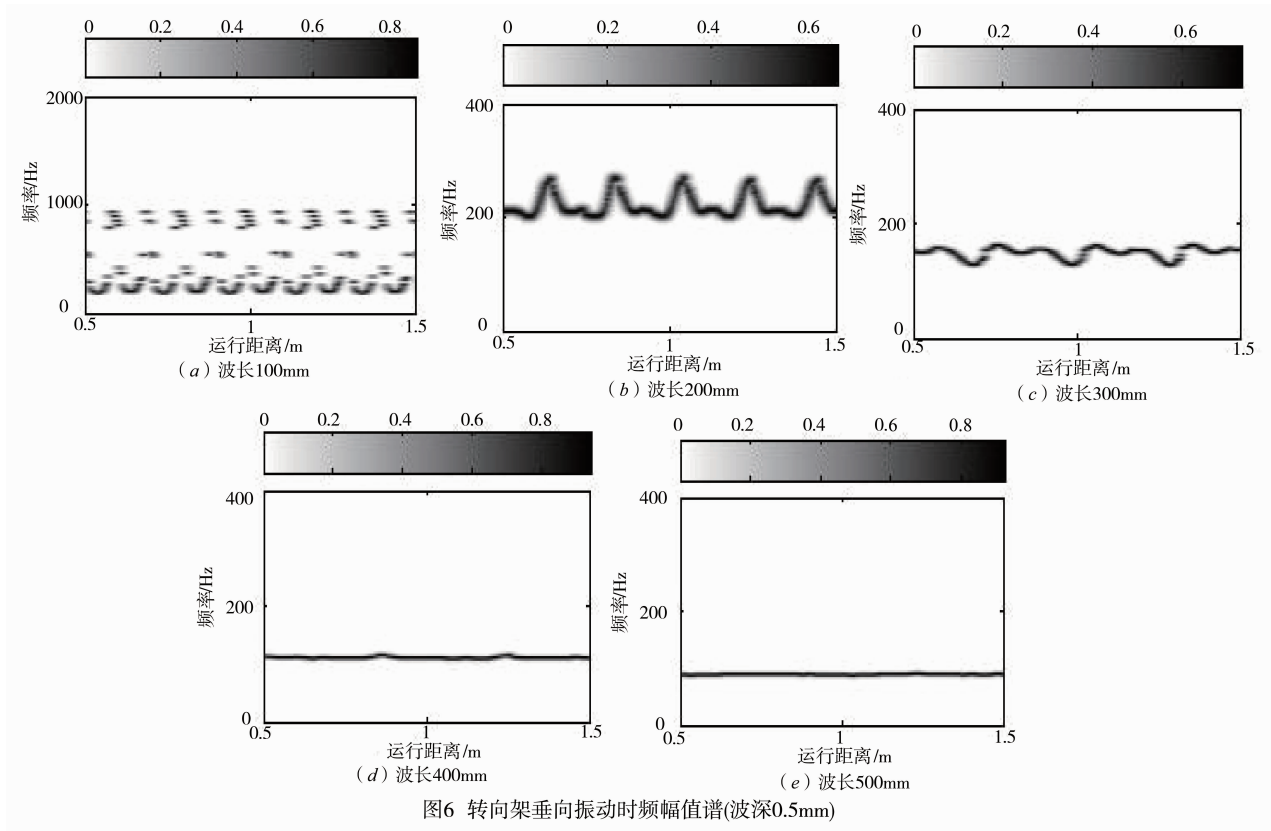


图5 转向架垂向振动时频幅值谱

率振幅与平均频率之比可作为轮轨冲击的预警指标.

下面分析长波波磨激励下车辆系统的瞬态时频特征. 假设列车运行速度为速度160km/h, 波深为0.5mm, 波长范围100mm~500mm(调查表明, 我国长波长波磨的波长主要分布在100mm~600mm). 图6给出了不同波长情况下, 转向架垂向振动加速度时频幅值谱. 波长为100mm和200mm情况下, 轮轨脱离接触, 有高频冲击现象, 时频幅值谱中特征频率波动很大, 平均频率分别为444Hz、222Hz, 频率振幅分别为371Hz、33Hz, 频率振幅/平均频率分别为0.836、0.149; 波长为300mm情况下, 轮轨冲击现象消失, 平均频率148Hz, 平均频率29.5Hz, 频率振幅/平均频率=0.199; 波长400mm、500mm情况下, 轮轨无冲击现象, 平均频率分别为111Hz、89Hz, 频率振幅分别为3.9Hz、1Hz, 频率振幅/平均频率分别为0.032、0.011. 可见, 频率振幅/平均频率随波长增加而快速减小; 轮轨冲击下, 频率振幅/平均频率之比很大, 冲击消失后, 频率振幅/平均频率小了. 还可看出, 出现轮轨冲击前, 频率振幅、频率振幅/平均频率均出现大幅度的增加.



## 5 结论

本文采用基于 EEMD 的改进 HHT 方法,有效地提取了列车轨道耦合系统的时频特性.分别计算了不同波深和波磨激励下车辆系统的瞬态时频特征,结果表明:波磨会引起车辆系统振动响应频率调制;不论短波波磨还是长波波磨,频率振幅、频率振幅与平均频率之比均随波长增加而减小;若存在轮轨冲击,频率振幅、频率振幅与平均频率之比数值很大,而没有轮轨冲击时,这些指标数量级很小.因此,频率振幅与平均频率之比可作为轮轨冲击之前的预警指标.

### 参考文献

- [1] JOHNSON K L. Development of corrugation on surfaces in rolling contact [J]. *Progress Mechanics Engineers*, 1975, 189(1): 45-48.
- [2] CLARK R A, SCOTT G A, POOLE W. Short wave corrugation—An explanation based on slip stick vibration [J]. *Applied Mechanics Rail Transportation Symposium 96*, ASME, 1988, 92(2): 141-148.
- [3] GRASSIE S L, KALOUSEK J. Rail corrugation; characteristics, causes and treatments [J]. *IMEchE*, 1993, 207(F): 57-68.
- [4] GRASSIE S L. Rail corrugation; characteristics, causes, and treatments [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2009, 223(6): 581-596.
- [5] OSTERMEIJER K H. Review on short pitch rail corrugation studies [J]. *Wear*, 2008, 265(9-10): 1231-1237.
- [6] 陈果, 翟婉明, 左洪福. 车辆—轨道耦合系统随机振动响应特性分析 [J]. *交通运输工程学报*, 2001, 1(1): 13-16.  
CHEN Guo, ZHAI Wan-ming, ZUO Hongfu. Analysis of the random vibration responses characteristics of the vehicle-track coupling system [J]. *Journal of traffic and transportation engineering*, 2001, 1(1): 13-16. (in Chinese)
- [7] 张波, 刘启跃. 钢轨波磨的试验研究 [J]. *铁道学报*, 2003, 25(1): 104-108.  
ZHANG Bo, LIU Qi-yue. Experimental study on rail corrugation. *Journal of the China railway society*, 2003, 25(1): 104-108. (in Chinese)
- [8] HEMPELMANN K, KNOTHE K. An extended linear model for the prediction of short pitch corrugation [J]. *Wear*, 1996, 191(): 161-169.
- [9] SHEN Z Y, HEDRICK J K, ELKINS J A. A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2007, 12(1-3): 79-83.
- [10] 郑近德, 程军圣, 曾鸣. 基于改进的局部特征尺度分解

- 和归一化正交的时频分析方法[J]. 电子学报, 2015, 43 (7): 1418 - 1424.
- ZHENG Jin-de, CHENG Jun-sheng, ZENG Ming. A new time-frequency analysis method based on improved local characteristic-scale decomposition and normalized quadrature [J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43 (7): 1418 - 1424.
- [11] 王慧, 刘正士, 汪家慰, 等. 测试高分辨率 ADC 有效位数的 HHT 方法 [J]. 电子学报, 2009, 37 (9): 2072 - 2076.
- WANG Hui, LIU Zheng-shi, WANG Jia-wei, et al. The HHT method for testing the effective numbers of bits of high-resolution analog to digital converter [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37 (9): 2072 - 2076. (in Chinese)
- [12] 陈双喜, 林建辉. 基于改进 HHT 分析车轮椭圆化对高速列车时频特征的影响 [J]. 振动与冲击, 2013, 32 (11): 126 - 130.
- CHEN Shuang-xi, LIN Jian-hui. Influence of wheel ovalization on time-frequency characteristics of a high speed train based on improved HHT [J]. Journal of vibration and shock, 2013, 32 (11): 126 - 130. (in Chinese)
- [13] 翟婉明. 车辆轨道耦合动力学 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1997.
- ZHAI Wan-ming. Vehicle-Track Coupling Dynamics [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2007.
- [14] HUANG Norden E. SHEN Zheng, LONG Steven R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J], Royal Society London Proceedings, 1998, 454 (1971): 903 - 995.
- [15] WU Zhaohua, HUANG Norden E. Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2008, 1 (1): 1 - 41.

#### 作者简介



邓小军 男, 1971 年出生, 重庆人, 南车青岛四方机车车辆股份有限公司教授级工程师, 北京交通大学机械与电子控制工程学院博士研究生, 研究方向为结构强度与可靠性.



曹源 (通信作者) 男, 1982 年出生, 河南开封人, 北京交通大学电子信息工程学院副教授, 博士, 博士生导师, 研究方向为信号处理.  
E-mail: ycao@bjtu.edu.cn



张玉琢 男, 1990 年出生, 河南信阳人, 北京交通大学电子信息工程学院博士研究生, 研究方向为信号处理.



李强 男, 1963 年出生, 山西文水人, 北京交通大学机械与电子控制工程学院教授, 博士, 博士生导师, 研究方向为结构强度与可靠性.